

Б.І. Приймак, канд. техн. наук (Каталонський політехнічний ун-т, Барселона).

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ З ВРАХУВАННЯМ ВТРАТ У ЗАЛІЗІ

Отримано математичні моделі асинхронної машини із врахуванням втрат у залізі для низки варіантів вибору змінних стану, а також отримано модель машини при орієнтуванні рухомої системи координат за вектором потокозчеплення ротора.

Получены математические модели асинхронной машины с учетом потерь в железе для ряда вариантов выбора переменных состояния, а также получена модель машины при ориентировании подвижной системы координат по вектору потокозчепления ротора.

1. Вступ. Математичний опис ідеалізованої асинхронної машини (АМ), як відомо, не враховує магнітних втрат в осерді статора та в роторі, які називають втратами у залізі машини. Синтез алгоритмів частотного та векторного керування АМ, що базується на цьому описі, також традиційно здійснюється за припущення, що втратами у залізі можна нехтувати. Багаторічний досвід проектування та експлуатації систем керування АМ засвідчив, що в багатьох випадках таке нехтування є цілком припустимим. Це пояснюється тим, що незважаючи на відсутність в моделі ідеалізованої машини втрат у залізі, ця модель досить адекватно відображає динамічні властивості реальної АМ. Проте ступінь відповідності статичних та енергетичних характеристик тут є гіршим, що у деяких застосуваннях має важливе значення.

Зокрема, при розв'язанні задач синтезу та аналізу енергетично ефективних алгоритмів керування АМ для енергоощадних приводів чи генераторів виникає потреба у тому, щоби математична модель машини відображала досить адекватно і втрати потужності як за значенням так і за їх функціональною залежністю. Справа в тому, що в моделі ідеалізованої машини враховуються тільки електричні втрати в активних опорах статора та ротора. Оптимальний потік ротора, що мінімізує електричні втрати в усталених режимах, як відомо, залежить лише від електромагнітного моменту АМ. Проте за наявності втрат у залізі, які складають біля 15-20 % від загальних втрат в АМ, оптимальний потік ротора, що мінімізує суму електричних втрат та втрат у залізі, вже буде функцією не тільки електромагнітного моменту, а й швидкості ротора машини [1]. Звідси стає ясным, що при дослідженні усталених та перехідних процесів в системах пошукової чи аналітичної оптимізації енергозатрат в АМ з метою підвищення достовірності результатів бажано оперувати математичною моделлю, де втрати у залізі є врахованими.

Щодо вивчення впливу втрат у залізі на процеси керування АМ, то в останні роки появилась низка робіт за цією темою. Так в [3], [6-8] досліджуються аспекти наслідків розлаштування орієнтації при векторному

керуванні машиною, що спричинюється втратами у залізі. В [6] удосконалено схему непрямого векторного керування АМ за рахунок компенсування цих втрат в усталених процесах, а в [8] запропоновано модифікований оцінювач вектора потокозчеплення ротора. В [10] удосконалено метод прямого керування моментом машини шляхом врахування втрат у залізі, а в [11] вивчається вплив цих втрат при векторному керуванні АМ з орієнтуванням за потоком статора. В роботі [12] досліджується питання поліпшення точності оцінювання швидкості в бездавачевому асинхронному приводі завдяки врахуванню втрат у залізі.

Аналіз літературних джерел засвідчує недостатню опрацьованість питання побудови математичних моделей АМ з врахуванням втрат у залізі. У цьому зв'язку бачиться доцільним отримання низки таких моделей у формі Коші для ряду варіантів вибору змінних стану динамічної системи, що надасть досліднику можливість застосування найбільш раціональної для конкретної задачі моделі. Також актуальним є отримання моделі АМ із втратами у залізі в зорієнтованих за вектором потокозчеплення ротора рухомих координат, зважаючи на широке застосування алгоритму векторного керування з таким орієнтуванням.

Завдання, яке полягає в отриманні зазначених моделей АМ, вирішується у даній статті.

2. Математичні моделі АМ з врахуванням втрат у залізі. При врахуванні втрат у залізі симетрична АМ з короткозамкненим або фазним ротором, що живиться від джерела синусоїдальної напруги, в системі ортогональних рухомих координат (d, q) за припущення лінійності характеристики намагнічування може бути описана згідно з [6] сукупністю диференціальних та алгебраїчних рівнянь

$$U_{sd} = R_s I_{sd} + d\Psi_{sd}/dt - \omega_0 \Psi_{sq}; \quad (1)$$

$$U_{sq} = R_s I_{sq} + d\Psi_{sq}/dt + \omega_0 \Psi_{sd}; \quad (2)$$

$$0 = R_r I_{rd} + d\Psi_{rd}/dt - (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rq}; \quad (3)$$

$$0 = R_r I_{rq} + d\Psi_{rq}/dt + (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rd}; \quad (4)$$

$$R_z I_{zd} = L_m dI_{md}/dt - \omega_0 L_m I_{mq}; \quad (5)$$

$$R_z I_{zq} = L_m dI_{mq}/dt + \omega_0 L_m I_{md}; \quad (6)$$

$$I_{md} + I_{zd} = I_{sd} + I_{rd}; \quad I_{mq} + I_{zq} = I_{sq} + I_{rq}; \quad (7)$$

$$\Psi_{sd} = L_{s\sigma} I_{sd} + L_m I_{md}; \quad \Psi_{sq} = L_{s\sigma} I_{sq} + L_m I_{mq}; \quad (8)$$

$$\Psi_{rd} = L_{r\sigma} I_{rd} + L_m I_{md}; \quad \Psi_{rq} = L_{r\sigma} I_{rq} + L_m I_{mq}; \quad (9)$$

$$\Psi_{md} = L_m I_{md}; \quad \Psi_{mq} = L_m I_{mq}; \quad (10)$$

$$M_E = (3/2) z_p (L_m / L_r) [\Psi_{rd} (I_{sq} - I_{zq}) - \Psi_{rq} (I_{sd} - I_{zd})]; \quad (11)$$

$$M_E - M_H = J d\omega/dt, \quad (12)$$

де змінними є компоненти узагальнених векторів напруги статора $\bar{U}_s = [U_{sd}, U_{sq}]^T$, струму статора $\bar{I}_s = [I_{sd}, I_{sq}]^T$, струму ротора $\bar{I}_r = [I_{rd}, I_{rq}]^T$, струму намагнічування $\bar{I}_m = [I_{md}, I_{mq}]^T$, струму у колі втрат у залізі $\bar{I}_z = [I_{zd}, I_{zq}]^T$, потокозчеплення статора $\bar{\Psi}_s = [\Psi_{sd}, \Psi_{sq}]^T$, потокозчеплення ротора $\bar{\Psi}_r = [\Psi_{rd}, \Psi_{rq}]^T$; головного потокозчеплення $\bar{\Psi}_m = [\Psi_{md}, \Psi_{mq}]^T$; ω_0 – кутова швидкість обертання координат (d, q) ; M_E – електромагнітний момент машини; M_H – момент навантаження; J – сумарний момент інерції АМ; z_p – кількість пар полюсів машини; ω – кутова швидкість обертання ротора; R_s, R_r – відповідно активні опори фаз статора та ротора, зведеного до статора; R_z – активний опір, що відображає магнітні втрати потужності у залізі машини; L_m – взаємна індуктивність між статором та ротором; $L_s = L_m + L_{s\sigma}$, $L_r = L_m + L_{r\sigma}$ – повні індуктивності фаз, а $L_{s\sigma}$, $L_{r\sigma}$ – індуктивності від полів розсіювання статора та ротора відповідно.

На рис.1 представлені еквівалентні схеми АМ в координатах (d, q) для осі d (рис.1, а) та для осі q (рис.1, б), що побудовані за (1)-(10). Варто зазначити, що дані схеми відображають адекватно як усталені так і перехідні електромагнітні процеси в машині.

З опису (1)-(12) шляхом відповідних математичних перетворень для вектора змінних стану $\mathbf{x} = [\Psi_{sd}, \Psi_{sq}, \Psi_{rd}, \Psi_{rq}, I_{md}, I_{mq}, \omega]^T$ отримаємо модель АМ у вигляді системи диференціальних рівнянь у формі Коші

$$\begin{aligned} d\Psi_{sd}/dt &= -T_{s\sigma}^{-1}\Psi_{sd} + T_{s\sigma}^{-1}L_m I_{md} + U_{sd} + \omega_0 \Psi_{sq}; \\ d\Psi_{sq}/dt &= -T_{s\sigma}^{-1}\Psi_{sq} + T_{s\sigma}^{-1}L_m I_{mq} + U_{sq} - \omega_0 \Psi_{sd}; \\ d\Psi_{rd}/dt &= -T_{r\sigma}^{-1}\Psi_{rd} + T_{r\sigma}^{-1}L_m I_{md} + (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rq}; \\ d\Psi_{rq}/dt &= -T_{r\sigma}^{-1}\Psi_{rq} + T_{r\sigma}^{-1}L_m I_{mq} - (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rd}; \\ dI_{md}/dt &= T_z^{-1}[\Psi_{sd}/L_{s\sigma} + \Psi_{rd}/L_{r\sigma} - K_{m\sigma} I_{md}] + \omega_0 I_{mq}; \\ dI_{mq}/dt &= T_z^{-1}[\Psi_{sq}/L_{s\sigma} + \Psi_{rq}/L_{r\sigma} - K_{m\sigma} I_{mq}] - \omega_0 I_{md}; \\ d\omega/dt &= J^{-1}(M_E - M_H), \end{aligned} \quad (13)$$

де електромагнітний момент визначається за виразом $M_E = (3/2)z_p (L_m/L_{r\sigma})(\Psi_{rd} I_{mq} - \Psi_{rq} I_{md})$, а параметри дорівнюють $T_{s\sigma} = L_{s\sigma}/R_s$; $T_{r\sigma} = L_{r\sigma}/R_r$; $T_z = L_m/R_z$; $K_{m\sigma} = 1 + (L_m/L_{s\sigma}) + (L_m/L_{r\sigma})$.

Варіант моделі АМ для вектора $\mathbf{x} = [I_{sd}, I_{sq}, \Psi_{rd}, \Psi_{rq}, I_{md}, I_{mq}, \omega]^T$ отримаємо із (1)-(12) у вигляді системи рівнянь (14)

$$\begin{aligned}
dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} \left[-(R_s + R_z)I_{sd} - R_z L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{rd} + R_z (L_r/L_{r\sigma})I_{md} + U_{sd} \right] + \omega_0 I_{sq}; \\
dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} \left[-(R_s + R_z)I_{sq} - R_z L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{rq} + R_z (L_r/L_{r\sigma})I_{mq} + U_{sq} \right] - \omega_0 I_{sd}; \\
d\Psi_{rd}/dt &= T_{r\sigma}^{-1} (-\Psi_{rd} + L_m I_{md}) + (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rq}; \\
d\Psi_{rq}/dt &= T_{r\sigma}^{-1} (-\Psi_{rq} + L_m I_{mq}) - (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rd}; \\
dI_{md}/dt &= T_z^{-1} (I_{sd} + \Psi_{rd}/L_{r\sigma} - (L_r/L_{r\sigma})I_{md}) + \omega_0 I_{mq}; \\
dI_{mq}/dt &= T_z^{-1} (I_{sq} + \Psi_{rq}/L_{r\sigma} - (L_r/L_{r\sigma})I_{mq}) - \omega_0 I_{md}; \\
d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H),
\end{aligned} \tag{14}$$

де $M_E = (3/2)z_p (L_m/L_{r\sigma}) (\Psi_{rd} I_{mq} - \Psi_{rq} I_{md})$.

Для вектора змінних стану $\mathbf{x} = [I_{sd}, I_{sq}, I_{rd}, I_{rq}, I_{md}, I_{mq}, \omega]^T$ із (1)-(12) отримаємо систему диференціальних рівнянь (15)

$$\begin{aligned}
dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} \left[-(R_s + R_z)I_{sd} - R_z I_{rd} + R_z I_{md} + U_{sd} \right] + \omega_0 I_{sq}; \\
dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} \left[-(R_s + R_z)I_{sq} - R_z I_{rq} + R_z I_{mq} + U_{sq} \right] - \omega_0 I_{sd}; \\
dI_{rd}/dt &= L_{r\sigma}^{-1} \left[-R_z I_{sd} - (R_r + R_z)I_{rd} + R_z I_{md} - z_p \omega L_m I_{mq} \right] + (\omega_0 - z_p \omega) I_{rq}; \\
dI_{rq}/dt &= L_{r\sigma}^{-1} \left[-R_z I_{sq} - (R_r + R_z)I_{rq} + R_z I_{mq} + z_p \omega L_m I_{md} \right] - (\omega_0 - z_p \omega) I_{rd}; \\
dI_{md}/dt &= T_z^{-1} (I_{sd} + I_{rd} - I_{md}) + \omega_0 I_{mq}; \\
dI_{mq}/dt &= T_z^{-1} (I_{sq} + I_{rq} - I_{mq}) - \omega_0 I_{md}; \\
d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H),
\end{aligned} \tag{15}$$

де $M_E = (3/2)z_p L_m (I_{rd} I_{mq} - I_{rq} I_{md})$.

Варіант моделі АМ для вектора $\mathbf{x} = [\Psi_{sd}, \Psi_{sq}, \Psi_{rd}, \Psi_{rq}, \Psi_{md}, \Psi_{mq}, \omega]^T$ отримаємо із (13) з використанням (10) у вигляді системи рівнянь (16)

$$\begin{aligned}
d\Psi_{sd}/dt &= -T_{s\sigma}^{-1} \Psi_{sd} + T_{s\sigma}^{-1} \Psi_{md} + U_{sd} + \omega_0 \Psi_{sq}; \\
d\Psi_{sq}/dt &= -T_{s\sigma}^{-1} \Psi_{sq} + T_{s\sigma}^{-1} \Psi_{mq} + U_{sq} - \omega_0 \Psi_{sd}; \\
d\Psi_{rd}/dt &= -T_{r\sigma}^{-1} \Psi_{rd} + T_{r\sigma}^{-1} \Psi_{md} + (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rq}; \\
d\Psi_{rq}/dt &= -T_{r\sigma}^{-1} \Psi_{rq} + T_{r\sigma}^{-1} \Psi_{mq} - (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rd}; \\
d\Psi_{md}/dt &= R_z \left[\Psi_{sd}/L_{s\sigma} + \Psi_{rd}/L_{r\sigma} - K_{m\sigma} L_m^{-1} \Psi_{md} \right] + \omega_0 \Psi_{mq}; \\
d\Psi_{mq}/dt &= R_z \left[\Psi_{sq}/L_{s\sigma} + \Psi_{rq}/L_{r\sigma} - K_{m\sigma} L_m^{-1} \Psi_{mq} \right] - \omega_0 \Psi_{md}; \\
d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H),
\end{aligned} \tag{16}$$

де $M_E = (3/2)z_p L_{r\sigma}^{-1}(\Psi_{rd}\Psi_{mq} - \Psi_{rq}\Psi_{md})$.

Використовуючи співвідношення (10) із (14) отримаємо модель машини для вектора змінних стану $\mathbf{x} = [I_{sd}, I_{sq}, \Psi_{rd}, \Psi_{rq}, \Psi_{md}, \Psi_{mq}, \omega]^T$ у вигляді

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1}[-(R_s + R_z)I_{sd} - R_z L_{r\sigma}^{-1}\Psi_{rd} + T_z^{-1}L_r L_{r\sigma}^{-1}\Psi_{md} + U_{sd}] + \omega_0 I_{sq}; \\ dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1}[-(R_s + R_z)I_{sq} - R_z L_{r\sigma}^{-1}\Psi_{rq} + T_z^{-1}L_r L_{r\sigma}^{-1}\Psi_{mq} + U_{sq}] - \omega_0 I_{sd}; \\ d\Psi_{rd}/dt &= T_{r\sigma}^{-1}(-\Psi_{rd} + \Psi_{md}) + (\omega_0 - z_p \omega)\Psi_{rq}; \\ d\Psi_{rq}/dt &= T_{r\sigma}^{-1}(-\Psi_{rq} + \Psi_{mq}) - (\omega_0 - z_p \omega)\Psi_{rd}; \\ d\Psi_{md}/dt &= R_z(I_{sd} + \Psi_{rd}/L_{r\sigma} - L_r L_m^{-1} L_{r\sigma}^{-1}\Psi_{md}) + \omega_0 \Psi_{mq}; \\ d\Psi_{mq}/dt &= R_z(I_{sq} + \Psi_{rq}/L_{r\sigma} - L_r L_m^{-1} L_{r\sigma}^{-1}\Psi_{mq}) - \omega_0 \Psi_{md}; \\ d\omega/dt &= J^{-1}(M_E - M_H), \end{aligned} \quad (17)$$

де $M_E = (3/2)z_p L_{r\sigma}^{-1}(\Psi_{rd}\Psi_{mq} - \Psi_{rq}\Psi_{md})$, а для $\mathbf{x} = [I_{sd}, I_{sq}, I_{rd}, I_{rq}, \Psi_{md}, \Psi_{mq}, \omega]^T$ із (15) матимемо модель АМ

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1}[-(R_s + R_z)I_{sd} - R_z I_{rd} + T_z^{-1}\Psi_{md} + U_{sd}] + \omega_0 I_{sq}; \\ dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1}[-(R_s + R_z)I_{sq} - R_z I_{rq} + T_z^{-1}\Psi_{mq} + U_{sq}] - \omega_0 I_{sd}; \\ dI_{rd}/dt &= L_{r\sigma}^{-1}[-R_z I_{sd} - (R_r + R_z)I_{rd} + T_z^{-1}\Psi_{md} - z_p \omega \Psi_{mq}] + (\omega_0 - z_p \omega)I_{rq}; \\ dI_{rq}/dt &= L_{r\sigma}^{-1}[-R_z I_{sq} - (R_r + R_z)I_{rq} + T_z^{-1}\Psi_{mq} + z_p \omega \Psi_{md}] - (\omega_0 - z_p \omega)I_{rd}; \\ d\Psi_{md}/dt &= R_z(I_{sd} + I_{rd} - L_m^{-1}\Psi_{md}) + \omega_0 \Psi_{mq}; \\ d\Psi_{mq}/dt &= R_z(I_{sq} + I_{rq} - L_m^{-1}\Psi_{mq}) - \omega_0 \Psi_{md}; \\ d\omega/dt &= J^{-1}(M_E - M_H), \end{aligned} \quad (18)$$

де $M_E = (3/2)z_p (I_{rd}\Psi_{mq} - I_{rq}\Psi_{md})$.

Отже ми отримали шість моделей АМ із врахуванням втрат у залізі (13)-(18) для різних варіантів формування вектора змінних стану динамічної системи. Швидкість координат ω_0 тут є незалежною змінною і може вибиратися довільно. Зокрема, приймаючи $\omega_0 = 0$, ці моделі описуватимуть процеси у нерухомих відносно статора машини координатах, які часто називають координатами (α, β) . Описи (13)-(18) можуть застосовуватися на аналітичному етапі побудови законів регулювання АМ та спостерігачів змінних стану об'єкта керування. А при математичному моделюванні АМ із (13)-(18) може вибиратися найбільш придатний варіант опису з точки зору простоти та достатньої стійкості процесу чисельного інтегрування.

В отриманих моделях опір R_z є змінним параметром. Варто зазначити, що в літературних джерелах знаходять застосування різні функціональні

залежності для визначення цього опору. Так в [6-9] використовується отримувана для конкретної машини дослідним шляхом у режимі ідеального холостого ходу залежність $R_z(f_0)$, де $f_0 = |\omega_0|/2\pi$ – частота напруги живлення АМ. При такому представленні R_z враховуються магнітні втрати у статорі АМ, а втратами у роторі машини нехтують, вважаючи їх порівняно невеликими.

Інший варіант визначення опору R_z , де враховуються магнітні втрати як у статорі так і в роторі АМ, полягає у використанні залежності $R_z(f_0, s)$, де $s = (\omega_0 - z_p \omega)/\omega_0$ – ковзання машини. При цьому часто використовується відома формула [4]

$$R_z = \left(K_h (1 + |s|) / f_0 + K_e (1 + s^2) \right)^{-1}, \quad (19)$$

де K_h – коефіцієнт втрат від гістерезису; K_e – коефіцієнт втрат від вихрових струмів. Ці коефіцієнти визначаються експериментально, виходячи із втрат потужності у залізі АМ при номінальних частоті та амплітуді напруги живлення. Для врахування впливу насичування АМ по головному магнітному шляху в [5] використовується залежність $R_z(f_0, s, \Psi_m)$, де $\Psi_m = |\bar{\Psi}_m|$. При цьому вираз (19) модифікується шляхом введення у чисельник коефіцієнта, який залежить від Ψ_m нелінійно.

В [9], на відміну від інших наведених в бібліографії джерел, береться за основу варіант схеми заміщення АМ де магнітний опір R_z з'єднаний з індуктивністю L_m послідовно. Тут автори вважають R_z величиною, що пропорційна $f_0^{1,6}$.

3. Модель АМ при орієнтуванні координат за $\bar{\Psi}_r$. Орієнтація рухомих координат (d, q) за вектором потокозчеплення ротора математично виражається у вигляді умов

$$\Psi_{rq} = 0; \quad d\Psi_{rq}/dt = 0; \quad \Psi_{rd} = |\bar{\Psi}_r|. \quad (20)$$

Ідеалізована АМ у зорієнтованих за $\bar{\Psi}_r$ координатах описується загальновідомою системою диференціальних рівнянь [2]

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= -I_{sd}/T_s + U_{sd}/L'_s + (\omega_0 L'_s I_{sq} + K_r \Psi_r / T_r) / L'_s; \\ d\Psi_r/dt &= -\Psi_r/T_r + I_{sd} L_m / T_r; \\ dI_{sq}/dt &= -I_{sq}/T_s + U_{sq}/L'_s - (\omega_0 L'_s I_{sd} + K_r \Psi_r z_p \omega) / L'_s; \\ d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H), \end{aligned} \quad (21)$$

де $M_E = (3/2)z_p(L_m/L_r)I_{sq}\Psi_r$; $\Psi_r = |\bar{\Psi}_r|$; $T_s = L'_s/R'_s$; $T_r = L_r/R_r$; $L'_s = L_{s\sigma} + K_r L_{r\sigma}$; $R'_s = R_s + K_r^2 R_r$. Кутова швидкість вектора $\bar{\Psi}_r$ при цьому дорівнює $\omega_0 = z_p \omega + \omega_{sl}$, де ω_{sl} – кутова швидкість ковзання машини, що визначається як $\omega_{sl} = K_r R_r I_q / \Psi_r$. (22)

Модель АМ з втратами у залізі у зорієнтованих за $\bar{\Psi}_r$ координатах отримаємо із (14) при виконанні умов (20) у вигляді системи рівнянь

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= -I_{sd}/T_1 + U_{sd}/L_{s\sigma} + (\omega_0 I_{sq} + R_z L_{s\sigma}^{-1} K_{r\sigma}^{-1} I_{md} - R_z L_{s\sigma}^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_r); \\ dI_{md}/dt &= -I_{md}/T'_z + I_{sd}/T_z + (\omega_0 I_{mq} + T_z^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_r); \\ d\Psi_r/dt &= -\Psi_r/T_{r\sigma} + L_m I_{md}/T_{r\sigma}; \\ dI_{sq}/dt &= -I_{sq}/T_1 + U_{sq}/L_{s\sigma} + (-\omega_0 I_{sd} + R_z L_{s\sigma}^{-1} K_{r\sigma}^{-1} I_{mq}); \\ dI_{mq}/dt &= -I_{mq}/T'_z + I_{sq}/T_z + (-\omega_0 I_{md}); \\ d\omega/dt &= J^{-1}(M_E - M_H), \end{aligned} \quad (23)$$

де $M_E = (3/2)z_p(L_m/L_{r\sigma})I_{mq}\Psi_r$; $K_{r\sigma} = L_{r\sigma}/L_r$; $T'_z = K_{r\sigma} T_z$; $R_1 = R_s + R_z$; $T_1 = L_{s\sigma}/R_1$. Швидкість ковзання машини у цьому разі визначається за 4-м рівнянням системи (14) як

$$\omega_{sl} = R_r(L_m/L_{r\sigma})I_{mq}/\Psi_r. \quad (24)$$

На рис.2 представлена структурна схема АМ із втратами в залізі при орієнтуванні координат (d, q) за вектором $\bar{\Psi}_r$, яка побудована за (23). У цій схемі $p = d/dt$ – оператор диференціювання за часом, а сірим кольором тут означено блоки, що містять залежні від R_z змінні коефіцієнти передачі та сталі часу.

Порівняємо опис АМ без врахування (21) та з врахуванням втрат у залізі (23). Бачимо, що кількість рівнянь зросла з 4-х у системі (21) до 6-ти у (23). Кількість перехресних зв'язків між каналами формування Ψ_r та ω , а також зворотних зв'язків у цих каналах зросла з 4-х до 8-ми (члени рівнянь у (21) та (23), що охоплені дужками). В (23) десять коефіцієнтів є змінними в залежності від R_z . Вирази для електромагнітного моменту та швидкості ковзання в обох моделях відрізняються. Останнє засвідчує виникнення наступних наслідків.

При класичному векторному керуванні, як відомо [2], швидкість ковзання машини задається за виразом (22). Але, оскільки за фактичного існування втрат у залізі швидкість ковзання має визначатися згідно з (24), це спричинюватиме розлаштування орієнтації у вигляді появи динамічного та статичного відхилення осі d рухомих координат від вектора $\bar{\Psi}_r$. А за наявності

розорієнтування координат виникатиме певна динамічна і статична помилка регулювання модуля Ψ_r вектора потокозчеплення ротора.

Як зазначено у вступі до статті, моделі АМ із врахуванням втрат у залізі перспективно застосовувати при дослідженнях процесів оптимізації енергозатрат в машині. Для отримання миттєвого значення втрат потужності P_Σ в АМ у складі електричних втрат у міді P_{cu} та магнітних втрат у залізі P_{fe} можна використовувати вираз $P_\Sigma = P_{cu} + P_{fe} = (3/2)[(I_{sd}^2 + I_{sq}^2)R_s + (I_{rd}^2 + I_{rq}^2)R_r + (I_{zd}^2 + I_{zq}^2)R_z]$, де необхідні компоненти векторів струмів визначаються за (7)-(10) в залежності від варіанту моделі, що застосовується. Загальна активна потужність машини у двигунному чи генераторному режимі роботи дорівнюватиме $P = P_\Sigma + M_E \omega$.

4. Підсумки. Для асинхронної машини із врахуванням втрат у залізі отримано математичні моделі у формі Коші для шести варіантів вибору вектора змінних стану, а також отримано модель машини при орієнтуванні рухомої системи координат за вектором потокозчеплення ротора. Призначенням отриманих у статті моделей є їх використання при побудові та дослідженні систем автоматичного керування АМ з метою поліпшення показників статички та динаміки, а також підвищення енергетичної ефективності машини.

1. Приймак Б.І. Моделі втрат потужності у керованій асинхронній машині для задач енергозбереження // Технічна електродинаміка. – 2005. – № 1 – С. 29-38.
2. Рудаков В.М., Столяров И.М., Дартау В.А. Асинхронные электроприводы с векторным управлением.- Л.: Энергоатомиздат, Лен. отд., 1987. - 136 с.
3. Benhaddadi M., Touhami O., Olivier G. Iron core losses impact in induction motor vector control: an overview, IEEE Canadian Conf. on Electrical and Computer Engineering, 1998, Vol. 2, pp. 782 – 785.
4. Kim H.G., Sul S.K., Park M.H. Optimal Efficiency Drive of a Current Source Inverter Fed Induction Motor by Flux Control, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 20, No 6, 1984, pp.1453-1459.
5. Kirschen D.S., Novotny D.W., Suwanwisoot W. Minimizing induction motor losses by excitation control in variable frequency drives, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 20, No.5, 1984, pp.1244-1250.
6. Levi E. Impact of Iron Losses on Behaviour of Vector Controlled Induction Machines, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 31, No.6, 1995, pp. 1287-1296.
7. Levi E., Boglietti A., Lazzari M. Performance Deterioration in Indirect Vector Controlled Induction Motor Drives due to Iron Losses, Proc. of IEEE conf. PESC'95, Atlanta, USA, 1995, pp. 1312-1318.
8. Levi E., Sokola M., Boglietti A., Pastorelli M. Iron loss in rotor-flux-oriented induction machines: identification, assessment of detuning, and compensation, IEEE Trans. Pow. Elec., Vol. 11, No 5, Sept. 1996, pp. 698 –709.
9. Matsuse K., Yoshizumi T., Katsuta S., Taniguchi S. High-Response Flux Control of Direct-Field-Oriented Induction Motor with High Efficiency Taking Core Loss into Account, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 35, No.1, 1999, pp.62-69.
10. Pham-Dinh T., Levi E. Core loss in direct torque controlled induction motor drives: detuning and compensation, Proc. of the IEEE conf. PESC'01, Vancouver, Canada, 2001, pp. 1429 –1434.
11. Wee S-D., Shin M-H., Hyun D-S. Stator-flux-oriented control of induction motor considering iron loss, IEEE Trans. Ind. Elec., Vol. 48, No.3, 2001, pp. 602 –608.
12. Zheng P., Wang M. Impact of iron loss on speed estimation accuracy in reactive power MRAC based sensorless rotor flux oriented induction machines, Proc. of the 5th Intern. Conf. on Elec. Machines and Systems ICEMS'01, 2001, Vol. 1, pp. 94 –97.

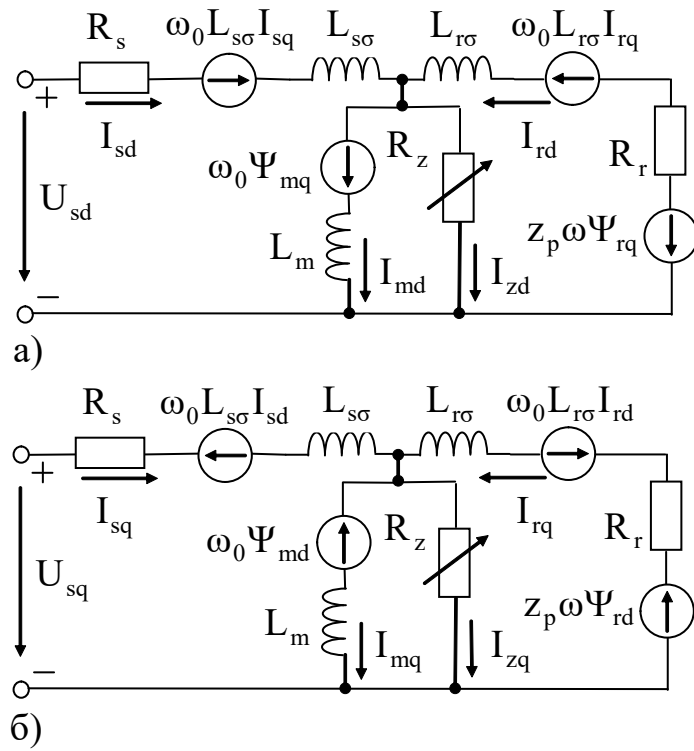


Рис.1

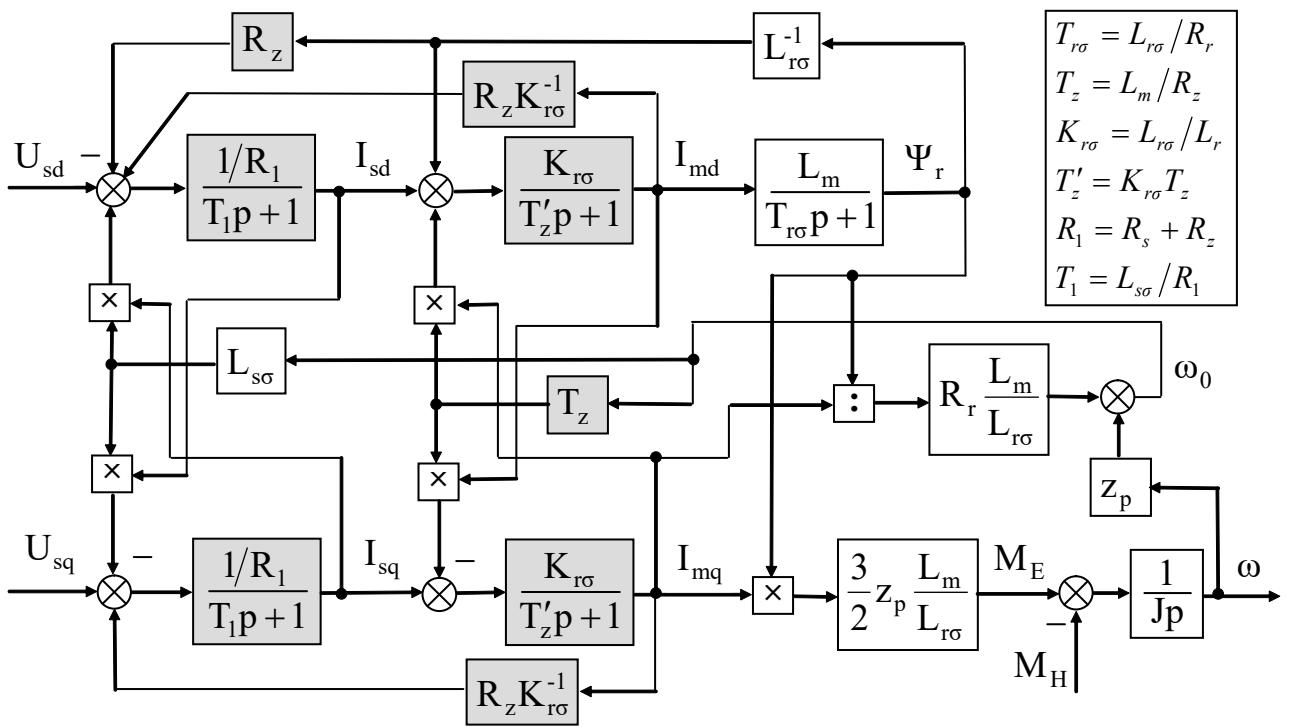


Рис. 2